



Übungsblatt 11 zur Vorlesung “Streuprobleme” im WS 07/08

19. Aufgabe:

Gesucht sind Lösungen der Randwertprobleme

$$\begin{array}{ll} \Delta u + k^2 u = 0 & \text{in } D^\pm \\ \gamma_D^\pm u = f & \text{auf } \partial D \end{array} \quad \text{bzw.} \quad \begin{array}{ll} \Delta u + k^2 u = 0 & \text{in } D^\pm \\ \gamma_N^\pm u = g & \text{auf } \partial D \end{array}$$

als Einfachschicht- oder Doppelschichtpotential oder Kombination von beidem. Dies führt auf Operatorgleichungen auf ∂D für die Dichten der Potentiale.

- (a) *Direkte Methode:* Leiten Sie aus dem Green’schen Darstellungssatz Operatorgleichungen für die Sprünge $[\gamma_D u]$ bzw. $[\gamma_N u]$ her, so dass u Lösung jeweils eines der vier Randwertprobleme ist.
- (b) *Indirekte Methode:* Verwenden Sie die Ansätze $u = \text{SL} \varphi$ bzw. $u = \text{DL} \psi$, um Operatorgleichungen für φ bzw. ψ herzuleiten, so dass u jeweils eines der vier Randwertprobleme löst.

20. Aufgabe:

Es seien $D \subset \mathbb{R}^N$ ein beschränktes Lipschitz-Gebiet und M eine Umgebung von D . Weiterhin seien $\psi \in H^{-1/2}(\partial D)$ und $u \equiv \text{SL} \psi$ in M (siehe Def. 5.8 aus der Vorlesung).

Zeigen Sie die Gleichheit

$$\langle \gamma_N \varphi, [\gamma_D u]_{\partial D} \rangle_{\partial D} = \langle \gamma_D \varphi, [\gamma_N u]_{\partial D} + \psi \rangle_{\partial D} \quad \text{für } \varphi \in \mathcal{D}(M).$$