



Übungsblatt 12 zur Vorlesung “Streuprobleme” im WS 07/08

21. Aufgabe:

Bestimmen Sie die Dirichlet-Eigenwerte des Operators $-\Delta$ in der Kreisscheibe $K := \{x \in \mathbb{R}^2 \mid |x| \leq r\}$, d.h. bestimmen Sie solche Werte von k , für die das Problem

$$\begin{aligned}\Delta u + k^2 u &= 0 && \text{in } K, \\ u &= 0 && \text{auf } \partial K,\end{aligned}$$

nicht-triviale Lösungen besitzt. Berechnen Sie außerdem die Neumann-Eigenwerte von $-\Delta$ im Rechteck $R := \{x \in \mathbb{R}^2 \mid |x_1| \leq a, |x_2| \leq b\}$.

Überlegen Sie zunächst / Schlagen Sie nach, wie man damit geeignet beginnt.

22. Aufgabe:

Zeigen Sie in Analogie zu den Sätzen 5.16 und 5.17 die folgenden Aussagen:

- (i) Der hypersinguläre Operator $T : H^{1/2}(\partial D) \rightarrow H^{-1/2}(\partial D)$ ist injektiv genau dann, wenn k^2 kein Neumann-Eigenwert von $-\Delta$ in D ist.
- (ii) T läßt sich darstellen als $-T = C + K$ mit einem strikt koerzitiven Operator $C : H^{1/2}(\partial D) \rightarrow H^{-1/2}(\partial D)$ und einem kompakten Operator $K : H^{1/2}(\partial D) \rightarrow H^{-1/2}(\partial D)$.