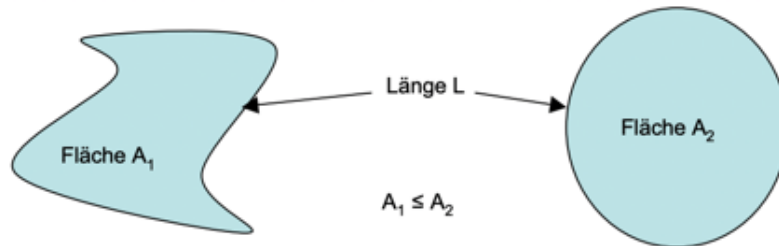


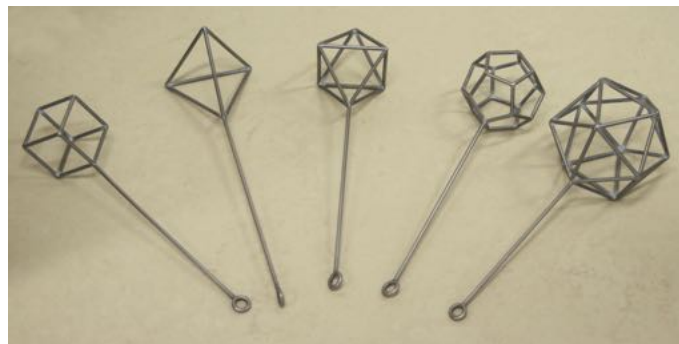


Unter einer Minimalfläche versteht man eine Fläche, mit dem lokal geringsten Flächeninhalt. Dafür sind feste Randbedingungen gegeben, die erfüllt werden müssen. Ein vereinfachtes Beispiel ist in folgender Abbildung zu sehen: Gegeben ist hier die Länge des Randes einer Fläche (fester Umfang). Gezeigt sind zwei mögliche Flächen mit demselben Umfang. Der Kreis ist die minimale Fläche, die eingenommen werden kann.



Quelle: https://www.math.unibe.ch/unibe/portal/fak_naturwis/a_dept_math/a_inst_math/content/e291219/e296509/e296511/EulerFlyer2_ger.pdf (Stand: 12.07.22)

Solche Flächen kann man realisieren, indem man z.B. Metallgestelle in eine Seifenlauge taucht. Die entstehenden Seifenhäute zwischen den Rändern sind Minimalflächen. Die Seifenhäute bilden sich nämlich stets so, dass ihre Oberfläche so klein wie möglich ist, also minimal ist (Grund dafür ist die Physik - die potentielle Energie soll minimiert werden). Im Schülerlabor haben wir folgende Metallgestelle, mit welchen du Minimalflächen erzeugen kannst:



Taucht man ein Drahtmodell eines Würfels in eine Seifenlauge, so wird nicht unbedingt jede der sechs Seiten mit einer Seifenhaut überspannt. Es entsteht in der Mitte des Metallwürfels ein kleiner Würfel, welcher nur aus Seifenhäuten besteht, und dieser ist wiederum durch Seifenhäute mit den Kanten des Metallwürfels verbunden.



„Im Jahr 1743 erkannte Euler dass sich die Gesetze der Mechanik aus einem allgemeinen Minimumprinzip ableiten lassen. Ein Jahr später formulierte Pierre-Louis Moreau de Maupertuis sein Prinzip der kleinsten Wirkung, welches besagt, dass die Natur (z.B. die Physik) stets mit größtmöglicher Sparsamkeit verfähre. Euler entwickelte das mathematische Werkzeug, um dieses Prinzip anwenden zu können: die Variationsrechnung. So lässt sich heute neben der Mechanik auch die Elektrodynamik und die Relativitätstheorie aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung ableiten.“

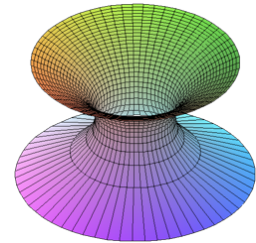
Quelle: https://www.math.unibe.ch/unibe/portal/fak_naturwis/a_dept_math/a_inst_math/content/e291219/e296509/e296511/EulerFlyer2_ger.pdf (Stand: 12.07.22)



Beispiele für Minimalflächen

Katenoid

Ein Katenoid entsteht, wenn man die Kettenlinie (Kurve, die den Durchhang einer an ihren Enden aufgehängten Kette unter dem Einfluss der Schwerkraft beschreibt) um die x -Achse rotieren lässt. Außerdem kann ein Katenoid aus Seifenhäuten erzeugt werden, indem man zwei kreisförmige Drähte/Metallringe die übereinander liegen, in Seifenlauge taucht und langsam auseinander zieht. Dieses Experiment findet sich in „lebensgröße“ im Mathematikum Gießen. Dort kann man sich selbst in eine Riesenseifenblase stellen, bzw. sie um sich selbst entstehen lassen.



Quelle: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e3/Katenoid_JD.png

(Stand: 12.07.22)

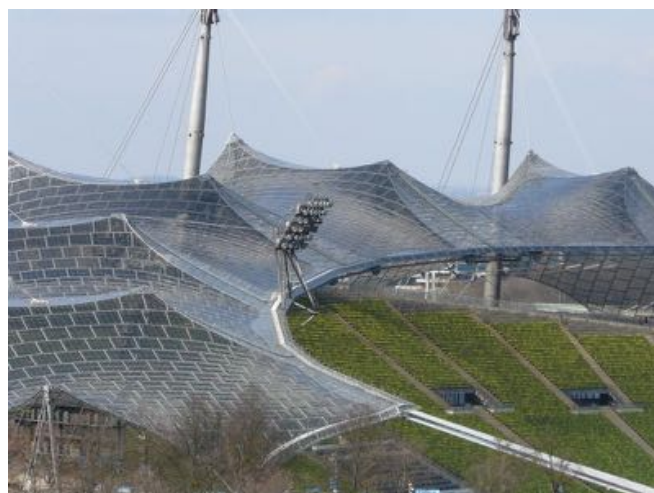


Quelle: Beutelspacher, Albrecht: Wie man in eine Seifenblase schlüpft : Die Welt der Mathematik in 100 Experimenten. München: C.H.Beck, 2015.

Dach des Olympiastadions

Anwendung finden Minimalflächen auch in der Architektur. Zum Beispiel besteht das Dach des Münchener Olympiastadions, entworfen von dem deutschen Architekten Frei Otto, aus Minimalflächen. Dadurch wird ein möglichst geringer Verbrauch von Baumaterial bei einer gleichzeitig sehr hohen Belastbarkeit ermöglicht. Die ersten Modelle des Daches, und auch weitere Dachkonstruktionen von Otto Frei sowie anderer Architekten, entstanden mit Hilfe von Drähten und Seifenlauge.

Quelle: <https://www.igt.uni-stuttgart.de/dokumente/semmelmann/abschlussarbeiten/jacobi.pdf> (Stand: 12.07.22)



Quelle: <https://ifm.mathematik.uni-wuerzburg.de/~roth/OlympiaDach.jpg> (Stand: 12.07.22)