



Ein platonischer Körper ist durch folgende Eigenschaften definiert:

- ▶ Seine Seitenflächen sind kongruente (= deckungsgleiche) regelmäßige Vielecke.
- ▶ An jeder Ecke treffen gleich viele Flächen zusammen,
- ▶ Er ist konvex, d. h. die Verbindungslinie je zweier Punkte des Körpers verlässt den Körper nicht.

Welche platonischen Körper könnte es geben?

Ein regelmäßiges n-Eck hat n Ecken, die alle denselben Innenwinkel aufweisen und n Seiten, die alle gleich lang sind. Hier sind zum Beispiel ein regelmäßiges 7- und ein regelmäßiges 5-Eck:



Die Summe der Winkel eines Dreiecks beträgt stets 180 Grad. Da beim regelmäßigen Dreieck – dem gleichseitigen Dreieck – alle Innenwinkel gleich groß sind, müssen diese jeweils 60 Grad betragen. Für ein beliebiges n-Eck ergibt sich für die Größe der Innenwinkel die Formel:

$$180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$

Die Summe der Innenwinkel an einer Raumecke eines konvexen Polyeders muss stets kleiner als 360 Grad sein.

Wir wollen nun für jedes n-Eck alle Möglichkeiten finden, Platonische Körper aus n-Ecken zu konstruieren. Trage jeweils Innenwinkel und alle Möglichkeiten ein, wie viele n-Ecke sich in einer Raumecke treffen können.

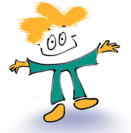
Vieleck	Innenwinkel	Wie viele Vielecke können an einer Ecke eines platonischen Körpers zusammentreffen?
Dreieck		
Viereck		
Fünfeck		
Sechseck		
Siebeneck		

Warum ist es in Ordnung, dass die Tabelle aufhört? Was passiert bei größeren Vielecken?

Wie viele Möglichkeiten gibt es insgesamt? Welche Körper entstehen dabei?

Benannt wurden die Platonischen Körper nach dem griechischen Philosophen Platon (ca. 427-347 v. Chr.). Er ordnete die Körper den vier Elementen und dem Weltall zu.

Anwendung haben sie in der Kunst und bei Spielwürfeln, da alle Seiten die gleiche Wahrscheinlichkeit haben. Denn es ist nicht möglich, zwei beliebige Körperecken, Kanten oder Flächen aufgrund von Beziehungen zu anderen Punkten des Polyeders voneinander zu unterscheiden.



In einem Körper bezeichnen wir mit

E die Anzahl der Ecken,

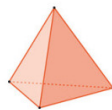
K die Anzahl der Kanten,

F die Anzahl der Flächen.

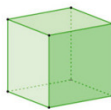
Berechne bei den platonischen Körpern: $E - K + F$.

Platonischer Körper	Tetraeder	Würfel	Oktaeder	Dodekaeder	Ikosader
Form der Seitenfläche					
Anzahl Ecken					
Anzahl Kanten					
Anzahl Flächen					
$E - K + F$					

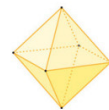
Tetraeder



Hexaeder



Oktaeder



Dodekaeder



Ikosader



Es gilt immer

$$E - K + F = 2$$

Das ist die **Eulersche Polyederformel**.