Institut für Mathematische Stochastik
Universität Karlsruhe
Dipl.-Math.oec. V. Baumstark
Prof. Dr. G. Last

SS 2006

Blatt 3

Übungen zur Vorlesung

Mathematik 4 für die Fachrichtung Wirtschaftswissenschaften

(keine Abgabe)

Aufgabe 8

Betrachten Sie die reellen Matrizen A und $\tilde{A}$ aus Aufgabe 5) sowie die reellen Matrizen A, B, C aus Aufgabe 6) des 2. Übungsblattes. Welche Matrizen sind diagonalisierbar? Geben Sie für jede diagonalisierbare Matrix A' eine reguläre Matrix S sowie eine Diagonalmatrix D an mit der Eigenschaft

$$D = S^{-1} A' S.$$

Aufgabe 9

Betrachten Sie die Matrix A aus Aufgabe 7) des 2. Übungsblattes. Zeigen Sie, dass A eine Drehung im $\mathbb{R}^3$ ist und bestimmen Sie eine Drehachse $\vec{b}_1$, einen Drehwinkel $\varphi \in [0, 2\pi)$ sowie eine orthogonale Matrix C mit

$$A = C^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} C.$$

Aufgabe 10

Es seien V ein endlichdimensionaler Vektorraum über $\mathbb{C}$ mit Skalarprodukt $\langle \cdot, \cdot \rangle$ und $f, g : V \to V$ lineare Abbildungen mit der Eigenschaft

$$\langle f(v), w \rangle = \langle v, g(w) \rangle, \qquad v, w \in V.$$

Zeigen Sie: Ist $\lambda \in \mathbb{C}$ ein Eigenwert von f, so ist $\bar{\lambda}$ ein Eigenwert von g.

Aufgabe 11

Geben Sie an, welche der folgenden symmetrischen Matrizen positiv definit, negativ definit, positiv semidefinit, negativ semidefinit oder indefinit ist ($\alpha \in \mathbb{R}$).

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & \alpha \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad C := \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$