Institut für Mathematische Stochastik
Universität Karlsruhe
Dipl.-Math.oec. V. Baumstark
Prof. Dr. G. Last

SS 2006

Blatt 4

Übungen zur Vorlesung

Mathematik 4 für die Fachrichtung Wirtschaftswissenschaften

(keine Abgabe)

Aufgabe 12
Gegeben seien $a, b, \beta \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass ein $A \geq 0$ und ein $\varphi \in [0, 2\pi)$ existieren mit

$$a\cos(\beta x) + b\sin(\beta x) = A(\sin(\beta x + \varphi) + \cos(\beta x + \varphi)), \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 13
Gegeben sei eine stetige, stückweise stetig differenzierbare, 2π-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit Fourierkoeffizienten $a_n(f)$ und $b_n(f)$. Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten $a_n(f')$ und $b_n(f')$ der Ableitung f'.

Aufgabe 14
Die folgenden 2π-periodischen Funktionen $f_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seien gegeben durch $(-\pi \leq x < \pi)$

$$f_1(x) := x^2. \qquad f_3(x) := x(x-\pi)(x+\pi).$$

$$f_2(x) := \begin{cases} -x^2, & \text{falls } -\pi \leq x < 0. \\ x^2, & \text{falls } 0 \leq x < \pi. \end{cases} \qquad f_4(x) := \begin{cases} 0 & \text{für } -\pi \leq x < 0 \\ x & \text{für } 0 \leq x < \pi. \end{cases}$$

$$f_5(x) := \mathrm{e}^{\cos x}\cos(\sin x).$$

Berechnen Sie die zugehörigen Fourierkoeffizienten sowie den Reihenwert

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)^3}.$$

Hinweise: Betrachten Sie für f_3 die stückweise definierte Ableitung f_3'. Für f_5 betrachten Sie $\exp(\cos x + i\sin x)$.