

Übungen zur Vorlesung

Mathematik 4 für die Fachrichtung Wirtschaftswissenschaften

(keine Abgabe)

Aufgabe 16

Die stetige und stückweise stetig differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ besitze die Fourier-Transformation $\mathcal{F}_f(u) = e^{-|u|}$, $u \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie f .

Aufgabe 17

Seien $S > 0$ und $q > 0$. Der Bestand $P(t)$ einer Population zu einem Zeitpunkt $t \geq 0$ sei gegeben durch eine differenzierbare Abbildung $P : [0, \infty) \rightarrow [0, S)$, welche die logistische Differentialgleichung

$$P'(t) = q \cdot P(t) \cdot (S - P(t)), \quad t \geq 0, \quad (*)$$

mit Anfangsbedingung

$$P(0) = P_0 \in \left(0, \frac{S}{2}\right)$$

erfüllt.

- Zeigen Sie anhand von (*), dass P streng monoton wachsend ist.
- Zeigen Sie anhand von (*), dass P einen Wendepunkt t_0 besitzt und berechnen Sie $P(t_0)$.
- Begründen Sie, dass P genau einen Wendepunkt besitzt.

Aufgabe 18

Finden Sie zu folgenden Anfangswertproblemen eine Lösung auf \mathbb{R} .

- $y'(x) = e^x (\cos(y(x)))^2$, $y(0) = 0$.
- $y'(x) = e^x (\cos(y(x)))^2$, $y(0) = 2\pi$.
- $y'(x) = e^x (\cos(y(x)))^2$, $y(0) = 2$.
- $y'(x) = xy$, $y(0) = a \in \mathbb{R}$.
- $y'(x) = 1 + (\cos(x - y(x)))^2$, $y(0) = 0$.