Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1

Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

a) Für Zufallsvariablen Y und Z gilt
$$\mathrm{d}_{\mathrm{K}}(Y,Z) \leqslant \mathrm{d}_{\mathrm{TV}}(Y,Z)\,.$$

b) Gegeben seien zwei ganzzahlige Zufallsvariablen Y und Z. Dann ist
$$\mathrm{d}_{\mathrm{TV}}(Y,Z) = \frac{1}{2}\sum_{k\in\mathbb{Z}} |\mathbb{P}(Y=k) - \mathbb{P}(Z=k)|\,.$$
Gilt zudem $\mathbb{E}[|Y|], \mathbb{E}[|Z|] < \infty$, so ist
$$\mathrm{d}_{\mathrm{TV}}(Y,Z) \leqslant \mathrm{d}_{\mathrm{W}}(Y,Z)\,.$$

Aufgabe 2

Es sei Y eine Zufallsvariable mit $\mathbb{E}[|Y|] < \infty$ und Z eine Zufallsvariable mit $\mathbb{E}[|Z|] < \infty$ und einer Dichte, die durch eine Konstante $C > 0$ beschränkt ist. Beweisen Sie die Ungleichung
$$\mathrm{d}_{\mathrm{K}}(Y,Z) \leqslant \sqrt{2C\mathrm{d}_{\mathrm{W}}(Y,Z)}\,.$$

Aufgabe 3

Es sei Y eine Zufallsvariable mit $\mathbb{E}[|Y|] < \infty$ und N eine standard-normalverteilte Zufallsvariable. Zeigen Sie, dass dann
$$\mathrm{d}_{\mathrm{K}}(Y,N) \leqslant \sqrt{\mathrm{d}_{\mathrm{W}}(Y,N)}\,.$$

Aufgabe 4

Es sei $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und $f, g : [a,b] \to \mathbb{R}$ seien absolut stetig. Zeigen Sie, dass dann auch $f \cdot g : [a,b] \to \mathbb{R}$ absolut stetig ist.