

## 2 Übungsaufgaben zu Kapitel 2

### 2.4 Übungsaufgaben zu Abschnitt 2.4

#### 2.4.1 Aufgabe.

Es sei  $Q_1 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 3 \leq y \leq 4\}$ . Berechnen Sie das Bereichsintegral

$$\int_{Q_1} (2x + 3y) d(x, y).$$

#### 2.4.2 Aufgabe.

Es sei  $Q_2 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x, y \leq 1\}$ . Berechnen Sie das Bereichsintegral

$$\int_{D_2} 2xe^{x^2+y} d(x, y).$$

#### 2.4.3 Aufgabe.

Es sei  $Q_3 := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 2\}$ . Berechnen Sie das Bereichsintegral

$$\int_{Q_3} \frac{2z}{(x+y)^2} d(x, y, z).$$

#### 2.4.4 Aufgabe.

Welches Volumen besitzt der Körper, der unterhalb der Fläche

$$z := xy^2 + y^3$$

und oberhalb des Quadrats

$$[0, 2] \times [0, 2]$$

liegt?

### 2.4.5 Aufgabe.

Für  $x_0 \in \mathbb{R}$  und  $r > 0$  sei  $B := [x_0 - r, x_0 + r]$  gesetzt. Skizzieren und berechnen Sie die verallgemeinerte Ordinatenmenge der Funktionen

$$\begin{aligned} g : B &\rightarrow \mathbb{R}, g(x) := y_0 - \sqrt{r^2 - (x - x_0)^2} \\ h : B &\rightarrow \mathbb{R}, h(x) := y_0 + \sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}. \end{aligned}$$

**Hinweise:** Es gilt

$$\int \sqrt{r^2 - t^2} dt = \frac{1}{2}t\sqrt{r^2 - t^2} + \frac{1}{2}r^2 \arcsin\left(\frac{t}{r}\right)$$

Die Funktion  $\arcsin$  ist ungerade, und es gilt  $\arcsin(1) = \frac{\pi}{2}$ .