



**Computer Praktikum zur Numerischen Mathematik III**

**Übungsblatt 8**

(Sommersemester 2005/2006)

3. Juli 2006

**Aufgabe 23** Bestimmen Sie die drei kleinsten Eigenwert des Laplaceoperators auf  $\Omega = (0,1)^2$  mit reinen Dirichletrandbedingungen. Verwenden Sie als Ausgangsbasis das Programm **ritz** und implementieren Sie das Ritz-Galerkin-Verfahren. Ein Eigenwertlöser für kleine Systeme wird in der Headerdatei *Small.h* zur Verfügung gestellt.

**Ritz-Galerkin-Verfahren für ein verallgemeinertes Eigenwertproblem**

- (S0) Wähle Dimension  $L$  des Unterraums. Und geeigneten Startvektor  $u_0^0$ .
- (S1) Für  $l = 1, \dots, L - 1$ : Bestimme die Lösung  $u^*$  von  $Au = Bu_{l-1}^0$  und setze

$$u_l^0 = u^* - \frac{u^{*T} B u_{l-1}^0}{u_{l-1}^{0T} B u_{l-1}^0} u_{l-1}^0 .$$

- (S2) Wähle  $\varepsilon > 0$ ,  $0 \leq L_0 < L$  und setze  $k := 0$ .
- (S3) Bestimme die Matrizen  $G$  und  $H$  mit

$$g_{ij} := u_i^{kT} A u_j^k \text{ und } h_{ij} := u_i^{kT} B u_j^k \text{ für } i, j = 0, \dots, L - 1 .$$

- (S4) Berechne alle Eigenwerte  $\lambda_l^k$  und Eigenvektoren  $x_l^k$  von  $Gx = \lambda Hx$  mit einem geeigneten Eigenwertlöser. Sortiere die Eigenwerte in aufsteigender Reihenfolge.

- (S5) Für  $l = 0, \dots, L - 1$ : Berechne  $u_l^{k+1/2} = \sum_{j=0}^{L-1} x_j^k u_j^k$ .

- (S6) Für  $l = 0, \dots, L - 1$ : Berechne die Residuen

$$r_l^k := A u_l^{k+1/2} - \lambda_l^k B u_l^{k+1/2} \text{ und ist } \max_{l=0, \dots, L_0} \|r_l^k\| < \varepsilon \text{ dann STOP.}$$

- (S7) Für  $l = 0, \dots, L - 1$ : Bestimme die Lösung  $u^*$  von  $Au = r_l^k$  und setze

$$u_l^{k+1} = u_l^{k+1/2} - u^* .$$

- (S8) Setze  $k := k + 1$  und gehe zu (S3).

Bearbeiten Sie die Aufgaben in Gruppen. Die benötigten Programme sowie die Musterlösungen werden auf dem Parallelrechner

`ma-pmcluster.mathematik.uni-karlsruhe.de`

im Verzeichnis

`/home/mueller/public`

bereit gestellt.

Die neuen Übungsblätter werden in der Regel montags im Praktikum ausgegeben und zusätzlich auf der Website

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/prakmath/lehre/labcourse2006s/de>

abgelegt. Dort finden Sie weitere Begleitmaterialien zum Praktikum.