

Lösung zu 1.2: a) Für $x \in [-1, 1]$ gilt $1 = -1 + 2 \leq x + 2 \leq 1 + 2 = 3$. Also folgt

$$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{x+2} \leq 1.$$

b) Da $x - 2 \in [-3, -1]$ ist für $x \in [-1, 1]$, erhalten wir $1 \leq 2 - x = |x - 2| \leq 3$.

c) Aus $-1 \leq x^3 \leq 1$, $0 \leq x^2 \leq 1$ und $-1 \leq x \leq 1$ ergibt sich die Abschätzung $4x^3 - 2x^2 - 3x + 1 \geq -4 - 2 - 3 + 1 = -8$. Andererseits erhalten wir $4x^3 - 2x^2 - 3x + 1 \leq 4 - 0 + 3 + 1 = 8$. Also folgt insgesamt $4x^3 - 2x^2 - 3x + 1 \in [-8, 8]$ für alle $x \in [-1, 1]$. Die so gefundene Abschätzung ist relativ grob. Um bessere Abschätzungen zu finden, müssten wir den Term genauer in Hinblick auf seine *Extremalwerte* untersuchen.