

Lösung zu 1.3: a) Auflösen der Ungleichung nach x ergibt $x + 4 > 3x - 2 \Leftrightarrow 4 + 2 > 3x - x \Leftrightarrow 6 > 2x \Leftrightarrow 3 > x$. Also ist $\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} : x < 3\} = (-\infty, 3)$.

b) 1. Fall, $x > 3$: Multiplizieren mit $x > 0$ und $x - 3 > 0$ ergibt $5(x - 3) > 3x$. Also ist $2x > 15$ bzw. $x > \frac{15}{2}$. Somit ist die Ungleichung erfüllt, wenn $x > 3$ und $x > 15/2$ ist, d.h. wenn $x > 15/2$ gilt.

2. Fall, $x \in (0, 3)$: In diesem Fall ergibt die Multiplikation mit $x > 0$ und $x - 3 < 0$ die Ungleichung $5(x - 3) < 3x$ bzw. $x < \frac{15}{2}$. Somit gilt die Ungleichung für alle $x \in (0, 3)$.

3. Fall, $x < 0$: Unter dieser Voraussetzung sind beide Faktoren kleiner Null und wir erhalten $5(x - 3) > 3x$, d.h. $x > \frac{15}{2}$. Diese Bedingungen sind nicht gleichzeitig erfüllbar. Es kommt keine weitere Lösung hinzu.

Insgesamt erhalten wir $\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 3\} \cup \{x \in \mathbb{R} : x > \frac{15}{2}\}$. Beachte, dass die Aussage nur für $x \neq 0$ und $x \neq 3$ definiert ist.

c) Unter der Voraussetzung $x \neq -1, 0$ müssen wir wieder drei Fälle unterscheiden.

1. Fall, $x > 0$: Es gilt $\frac{x+1}{x} > \frac{x}{x+1} \Leftrightarrow (x+1)^2 > x^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 > x^2 \Leftrightarrow 2x > -1 \Leftrightarrow x > -1/2$.

2. Fall, $x \in (-1, 0)$: In diesem Fall liefert Multiplikation mit $x < 0$ und $x + 1 > 0$ die Ungleichung $(x + 1)^2 < x^2 \Leftrightarrow x < -1/2$. Beide Bedingungen und somit die Ungleichung sind für $x \in (-1, -\frac{1}{2})$ erfüllt.

Der 3. Fall, $x < -1$, führt auf $(x + 1)^2 > x^2$ bzw. $x > -1/2$. Also gibt es keine weitere Lösung.

Insgesamt gilt $\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < -\frac{1}{2}\} \cup \mathbb{R}_{>0}$.