Lösung zu 2.2: a) Durch Ausprobieren finden wir die Nullstelle $\hat{x} = -1$. Nun spalten wir mit Polynomdivision den Faktor $x + 1$ ab und erhalten $x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x + 9 = (x + 1)(x^3 - 5x^2 + 3x + 9)$. Nun finden wir wieder durch Austesten, dass $\hat{x} = -1$ eine "doppelte" Nullstelle ist. Spalten wir den Linearfaktor nochmal ab, so folgt $x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x + 9 = (x + 1)^2 (x^2 - 6x + 9)$. Mit quadratischer Ergänzung ergibt sich die Faktorisierung $x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x + 9 = (x + 1)^2 (x - 3)^2$.

b) Dasselbe Vorgehen wie in Teil a) führt auf $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = (x - 1)^2(x^2 + 3x + 2) = (x - 1)^2(x + 1)(x + 2)$. Dabei lassen sich durch quadratische Ergänzung die Nullstellen des quadratischen Faktors bestimmen, $x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x + \frac{3}{2})^2 = \frac{1}{4}$ bzw. $x = -\frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}$.

c) Wir berechnen $\hat{x} = -2$ als Nullstelle und erhalten die Faktorisierung $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x + 2)(x^2 + 4x + 4) = (x + 2)^3$.