Lösung zu 2.5: Wenn $|\hat{x}| < 1$ gilt so folgt die Abschätzung aus $1 = \frac{|a_n|}{|a_n|} \leq \frac{|a_0|+|a_1|+\ldots+|a_n|}{|a_n|}$
.

Im Fall, dass $|\hat{x}| \geq 1$ ist, nutzen wir, dass $\hat{x}$ Nullstelle des Polynoms ist, d.h. $a_0 + a_1\hat{x} + \ldots + a_n\hat{x}^n = 0$. Dividieren wir diese Gleichung durch $a_n\hat{x}^{n-1} \neq 0$, so folgt

$$\hat{x} = -\frac{a_0 + a_1\hat{x} + \ldots + a_{n-1}\hat{x}^{n-1}}{a_n\hat{x}^{n-1}} \,.$$

Mit der Dreiecksungleichung folgt

$$\begin{aligned} |\hat{x}| &= \frac{|a_0 + a_1\hat{x} + \ldots + a_{n-1}\hat{x}^{n-1}|}{|a_n\hat{x}^{n-1}|} \leq \frac{|a_0|}{|a_n|\,|\hat{x}^{n-1}|} + \frac{|a_1|}{|a_n|\,|\hat{x}|^{n-2}} + \ldots + \frac{|a_{n-1}|}{|a_n|} \\ &\leq \frac{|a_0| + |a_1| + \ldots + |a_{n-1}|}{|a_n|} < \frac{|a_0| + |a_1| + \ldots + |a_n|}{|a_n|} \end{aligned}$$