Lösung zu 3.3: Es gilt mit den angegebenen Additionsformeln,

$$\begin{aligned}
\sin 3x &= \sin(x+2x) = \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x \\
&= \sin x \cos(x+x) + \cos x \sin(x+x) \\
&= \sin x(\cos^2 x - \sin^2 x) + \cos x(\sin x \cos x + \cos x \sin x) \\
&= \sin x \cos^2 x - \sin^3 x + 2 \sin x \cos^2 x \\
&= 3 \sin x \,(1 - \sin^2 x) - \sin^3 x
\end{aligned}$$

Dies bestätigt die erste Identität.

Die zweite Gleichung ist falsch, denn setzen wir zum Beispiel $x = 0$ und $y = \pi$ ein, so erhalten wir $\sin(x+y)\,\sin(y-x) = 0 \neq 2 = \cos^2(0) - cos(\pi)$. Übrigens die korrigierte Aussage lautet

$$\begin{aligned}
\sin(x+y)\sin(y-x) &= (\sin x \cos y + \cos x \sin y)(\sin y \cos(-x) + \cos(y)\sin(-x)) \\
&= \cos^2 x \sin^2 y - \sin^2 x \cos^2 y = \cos^2 x \sin^2 y - (1 - \cos^2 x)\cos^2 y \\
&= \cos^2 x \underbrace{(\sin^2 y + \cos^2 y)}_{=1} - \cos^2 y
\end{aligned}$$