

Lösung zu 6.2: Wählen wir x als Aufpunkt der Ebene, so erhalten wir die Parameterdarstellung

$$E : p = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s_1 \begin{pmatrix} 1-2 \\ -1-0 \\ 5-3 \end{pmatrix} + s_2 \begin{pmatrix} 3-2 \\ -2-0 \\ 0-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s_1 \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} .$$

für $s_1, s_2 \in \mathbb{R}$. Um den Schnittpunkt $p \in E \cap G$ zu bestimmen, setzen wir die Parameterdarstellung von p als Element von E gleich der Darstellung von p als Element von G . Dies führt auf das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s_1 \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

bzw.

$$\begin{aligned} -s_1 + s_2 + 2t &= -1 \\ -s_1 - 2s_2 &= 3 \\ 2s_1 - 3s_2 - 5t &= 2 . \end{aligned}$$

Zum Lösen des Gleichungssystems subtrahieren wir die zweite Zeile von der ersten und addieren die zweite Zeile zweimal zur dritten. Dann ergibt sich

$$\begin{aligned} 3s_2 + 2t &= -4 \\ -s_1 - 2s_2 &= 3 \\ -7s_2 - 5t &= 8 . \end{aligned}$$

Multiplizieren wir nun die letzte Zeile mit 3 und addieren 7mal die erste, so folgt

$$\begin{aligned} 3s_2 + 2t &= -4 \\ -s_1 - 2s_2 &= 3 \\ -t &= -4 . \end{aligned}$$

Also erhalten wir den Schnittpunkt mit $t = 4$ aus

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \\ 25 \end{pmatrix} .$$